

Μαθηματικό πρόβλημα με περιβαλλοντικής φύσης θέμα

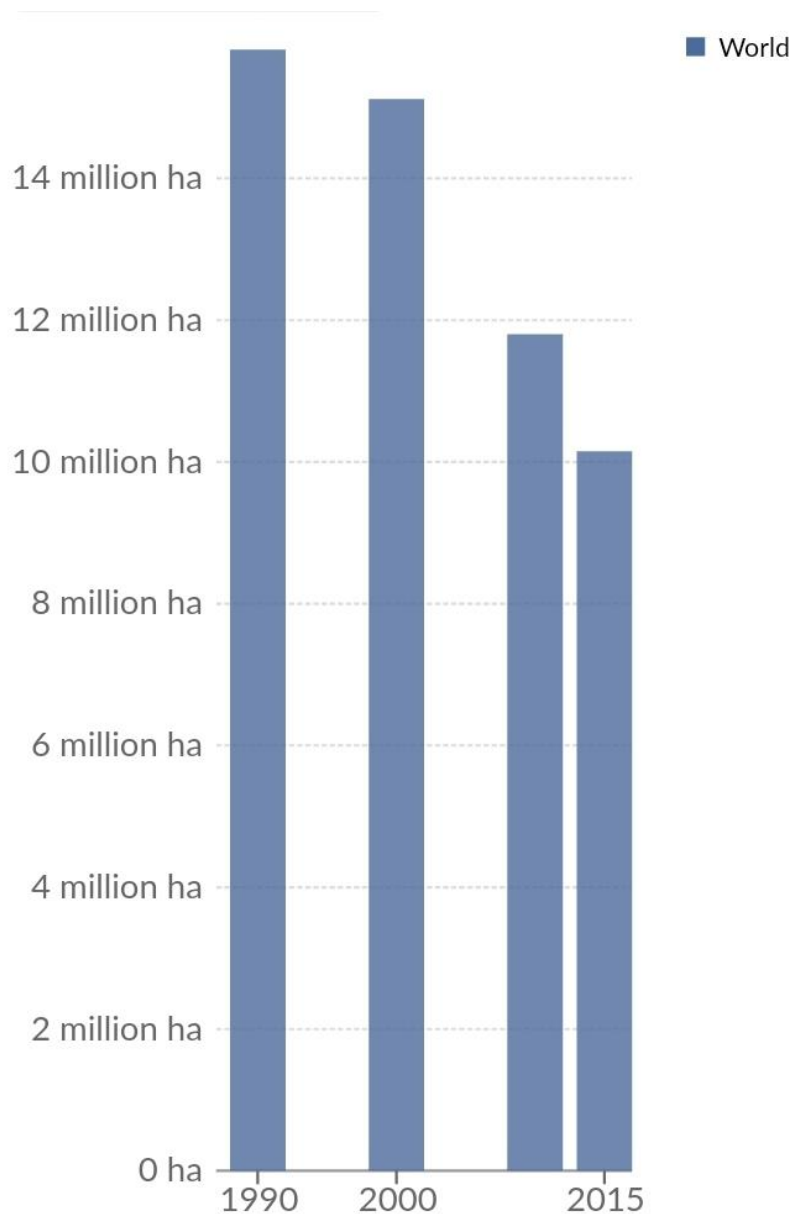
ΠΑΠΑΘΑΝΑΣΪΟΥ ΡΑΦΑΗΛ ΑΜ 1112201900164

Το πρόβλημα θα βασίζεται στο φαινόμενο της αποδάσωσης. Συγκεκριμένα, έχοντας συλλέξει στοιχεία για την αποψίλωση των δασικών εκτάσεων έχει κατασκευαστεί το παρακάτω πρόβλημα με τις αντίστοιχες ερωτήσεις.

Εκφώνηση προβλήματος:

Οι άνθρωποι κόβουν δέντρα εδώ και χιλιετίες. Πόσο δάσος έχει χάσει ο κόσμος; Πότε στην ιστορία το χάσαμε;

Διαβάσατε το παρακάτω κείμενο σε ένα περιοδικό και αρχίσατε να κάνετε την σχετική έρευνα αναφορικά με το ποσοστό αποδάσωσης τα τελευταία 30 χρόνια. Μετά το πέρας της έρευνας, καταλήξατε στο σχετικό πίνακα δεδομένων (αποκρύπτεται το 2020). Ο πίνακας δίνεται σε εκατομμύρια εκτάρια ανά χρονολογία.



1ο ερώτημα) Να κατασκευαστεί ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων όπου στον οριζόντιο άξονα θα βρίσκεται η χρονολογία και στον κατακόρυφο θα βρίσκεται η αποδάσωση με μονάδα μέτρησης τα εκατ. εκτάρια Γης. Να τοποθετηθούν τα δεδομένα στοιχεία σε αυτό και να ενωθούν με ευθεία γραμμή.

2ο ερώτημα) Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας από τη χρονολογία 1990-2000. Ποια είναι η τιμή της κλίσης της; Πόσα εκατ. εκτάρια αποδασώθηκαν το 1995?

3ο ερώτημα) Με την ίδια διαδικασία, βρίσκουμε ότι οι εξισώσεις για το διάστημα 2000-2010 και 2010-2015 είναι αντίστοιχα οι εξής:

$$y = -0.32x + 655 \text{ και } y = -0.34x + 695.2$$

Αν χρησιμοποιηθεί η κατά μέσο όρο (των τριών αυτών εξισώσεων) κλίση της ευθείας και για το διάστημα 2015-2020, ποια θα είναι η τιμή της αποδάσωσης σε εκατ. Εκτάρια το 2020?

Χρησιμοποιώντας την ίδια κλίση, μπορείτε να προβλέψετε την αποδάσωση του έτους 2060?

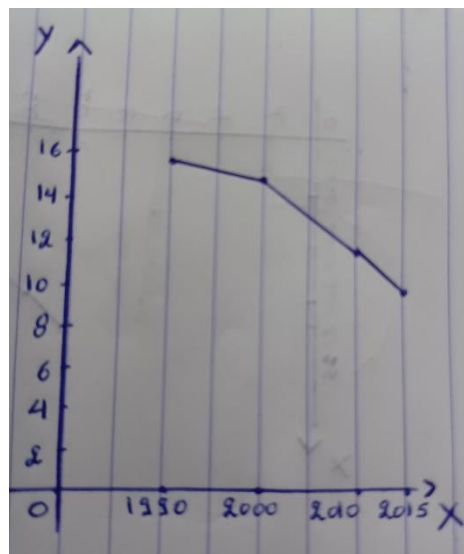
Θεωρείτε την τιμή αυτή αληθής; Γιατί;

4ο ερώτημα) Πώς περίπου θα σχεδιάζατε τη γραφική παράσταση της αποδάσωσης από το έτος 1990-2100 και γιατί;

Δίνονται για χάριν ευκολίας οι ακριβείς τιμές του παραπάνω πίνακα σε εκατ. εκτάρια: 1990: 15.8, 2000:15, 2010: 11.8 και 2015: 10.1

Στη συνέχεια θα παρουσιάσω τη λύση του προβλήματος.

Λύση: Στο πρώτο ερώτημα ζητείται από τους μαθητές ο σχεδιασμός μιας γραφικής παράστασης σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων. Το σχήμα θα έχει την εξής μορφή:



Στο δεύτερο ερώτημα ζητείται η εύρεση μιας γραμμικής εξίσωσης ευθείας. Γνωρίζουμε από τη θεωρία της τάξης μας πως η γενική μορφή εξίσωσης ευθείας είναι η:

$y = ax + b$. Για να βρεθούν οι άγνωστοι παράμετροι a , b αρκεί να γνωρίζουμε τις συντεταγμένες 2 σημείων της γραφικής της παράστασης. Βάσει του προηγούμενου σχήματος, αυτά είναι τα σημεία $A(1990, 15.8)$ και $B(2000, 15)$. Αντικαθιστούμε τα x , y με τις συντεταγμένες αυτές και προκύπτουν οι εξής δύο εξισώσεις:

$15.8=a1990+b$ και $15=a2000 + b$. Λύνω τη μια ως προς b και στη συνέχεια την αντικαθιστώ στην άλλη, λύνοντας έτσι ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων:

$$b = 15 - 2000a \Rightarrow 15.8 = 1990a + 15 - 2000a \Rightarrow 0.8 = -10a \Rightarrow a = -0.08. \text{ Συνεπώς, } b = 15 - 2000 \cdot (-0.08) \Rightarrow b = 175$$

Η τελική μορφή της εξίσωσης είναι $y = -0.08x + 175$. Το a (η κλίση δηλαδή) βγαίνει αρνητικό γιατί η γραφική παράσταση της εξίσωσης φθίνει και ισούται με 0.08 . Για να βρούμε πόσα εκτάρια αποδασώθηκαν το 1995 αρκεί να πάρουμε την εξίσωση και να αντικαταστήσουμε στο x το 1995. Έχουμε δηλαδή:

$$y = -0.08 \cdot 1995 + 175 = 15.4 \text{ εκτάρια.}$$

Στη συνέχεια θα λύσουμε το τρίτο ερώτημα του προβλήματος. Ο μέσος όρος των τριών κλίσεων είναι $(0.08 + 0.32 + 0.34) : 3 = 0.27$. Σαφώς γυρνάμε το πρόσημο σε αρνητικό, άρα -0.27 . Για να βρούμε την τιμή της αποδάσωσης το έτος 2020, αρκεί να βρούμε την εξίσωση για το διάστημα 2015-2020 και έπειτα να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με την τετμημένη 2020. Δηλαδή

Η γενική μορφή εξίσωσης ευθείας, δεδομένου ότι ξέρουμε πως η κλίση είναι $a = -0.27$, είναι η εξής:

$y = -0.27x + b$. Για να βρούμε τον άγνωστο b πρέπει να ξέρουμε ένα σημείο της γραφικής παράστασης της ευθείας. Ένα τέτοιο είναι το σημείο (2015, 10.1). Αντικαθιστούμε και έχουμε:

$$10.1 = -0.27 \cdot 2015 + b \Leftrightarrow b = 10.1 + 544 = 554.1$$

$$\text{Άρα } y = -0.27x + 554.1$$

Για $x = 2020$ έχουμε: $y = -0.27 \cdot 2020 + 554.1 = 8.7$ εκτάρια δασών θα καταστραφούν εκείνο το έτος.

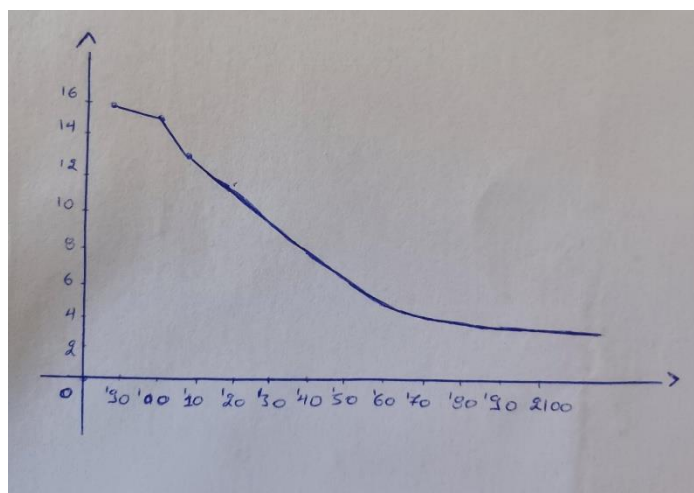
Αντίστοιχα, για το 2060, έχουμε,

$$\text{Για } x = 2060: y = -0.27 \cdot 2060 + 554.1 \Leftrightarrow y = -556.2 + 554.1 = -2.1$$

Εδώ περιμένουμε από τον μαθητή να χρησιμοποιήσει την κριτική του ικανότητα για να αξιολογήσει την απάντηση που βρήκε. Η αποδάσωση είναι ένα γεγονός αποψίλωσης των δασών και εκφράζεται σε ποσοστό. Για να προκύψει το y να είναι αρνητικός αριθμός σημαίνει ότι κάποτε στα προηγούμενα έτη η αποδάσωση ήταν 0. Δηλαδή τα δάση έπαυσαν να κόβονται και να καταστρέφονται. Κάτι τέτοιο με τα δεδομένα του ανθρώπινου κόσμου θα σήμαινε πως σταμάτησε η οποιαδήποτε χρήση ξύλου για καύση, για χαρτί ή για τόσες άλλες χρήσεις που έχει και εκμηδενίστηκε. Ακόμη και με την εισαγωγή των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, το ρεύμα, το πετρέλαιο ή διάφορα ηλεκτρονικά είδη (κινητά, υπολογιστές κλπ αντί για χαρτί A4) σε καμία περίπτωση δεν θα μπορέσει η ανθρωπότητα να εκμηδενίσει τη χρήση ξύλου, άρα την καταπόνηση των δασών. Επομένως ο μαθητής συνειδητοποιεί πως κάτι στην απάντηση του δεν πήγε σωστά.

Ερχόμαστε στο 4ο ερώτημα. Ο μαθητής προσπαθεί βάσει του προηγούμενου ερωτήματος να σκιαγραφήσει (ακόμη και πρόχειρα) τη μορφή της γραφικής παράστασης. Μέχρι το έτος 2050 δεν θα έχει πρόβλημα. Το πρόβλημα προκύπτει από το 2060 και μετά, όπου εμφανίζονται μη θετικοί αριθμοί. Περιμένουμε λοιπόν ο μαθητής να ακολουθήσει μια αντίστοιχη πορεία σκέψης όπως στο ερώτημα 3 και να φτάσει στο συμπέρασμα πως η αποδάσωση δεν θα σταματήσει να υπάρχει σαν φαινόμενο (τουλάχιστον όχι στις επόμενες δεκαετίες). Η απάντηση λοιπόν που θα πρέπει να δοθεί θα πρέπει να κάπως έτσι:

Το γράφημα λοιπόν θα καταλήξει να είναι μια είδους καμπύλη όπου προς το τέλος της θα μοιάζει σαν μια ασυμπτωτική ευθεία με τον οριζόντιο άξονα.



- Για να καταλήξω σε αυτό το μαθηματικό πρόβλημα ξεκίνησα να σκέφτομαι διάφορα περιβαλλοντικής φύσης θέματα τα οποία θα μπορούσαν να τραβήξουν το ενδιαφέρον των μαθητών, αλλά και μέσα από αυτά οι μαθητές θα αδράξουν κάποια επιπλέον γνώση, εκτός των μαθηματικών.

Αφορμή ήταν οι ανεπανάληπτες πυρκαγιές του καλοκαιριού και θεώρησα πως το θέμα που θα επιλέξω θα εμπεριέχει δέντρα. Κατέληξα στην αποδόσωση . Ένα φαινόμενο που προϋπάρχει της σύγχρονης κοινωνίας. Μάλιστα, σύμφωνα με μια έρευνα, το κόψιμο και η χρήση των δέντρων και δασών αποτελεί μείζον θέμα της ανθρώπινης ιστορίας, επί χιλιάδες χρόνια. Τις τελευταίες δεκαετίες όμως έχει μαστιγώσει τον κόσμο, και κυρίως, τη φύση.

Στην αναζήτηση για σχετικές έρευνες και στατιστικά δεδομένα στο διαδίκτυο, συνάντησα το αρχικό γράφημα γύρω από το οποίο περιστρέφεται το μαθηματικό πρόβλημα που δημιούργησα. Αυτό μου έδωσε την αφορμή να χρησιμοποιηθεί και να δημιουργηθεί μια άσκηση η οποία συνδυάζει πραγματικά στατιστικά δεδομένα με το δυσκολότερο κεφάλαιο της τάξης αυτής, τις συναρτήσεις. Συγκεκριμένα, την εξίσωση $y=ax+b$, του κεφαλαίου 3.4. Κατά την οργάνωση του προβλήματος υπήρχαν ορισμένα σημεία τα οποία έγειραν κάποιες δυσκολίες γιατί την κατασκευή του. Καταρχάς έπρεπε να αφιερωθεί πολύς χρόνος στη διατύπωση του κάθε ερωτήματος. Ένα ενδεχόμενο λάθος θα δημιουργούσε σύγχυση στο μυαλό των μαθητών. Επιπλέον, η ένταξη του 3ου ερωτήματος αξιολογεί όχι μόνο τη μαθηματική γνώση αλλά και τη δυνατότητα του μαθητή να αξιολογήσει καταστάσεις και συμπεράσματα. Για αυτό θεωρώ απαραίτητη προϋπόθεση την εισαγωγή του επιπλέον ερωτήματος “είναι αληθής;” ούτως ώστε να δοθεί ένα επιπλέον βοήθημα στο μαθητή να καταλάβει τι πραγματικά ζητάει η άσκηση. Στο 4ο ερώτημα, ουσιαστικά γίνεται προετοιμασία των μαθητών για την εισαγωγή στο επόμενο κεφάλαιο (που αφορά στις καμπύλες). Στοχεύει κυρίως στη μαθηματική αντίληψη των μαθητών και βασίζεται στο προηγούμενο ερώτημα. Καθώς ένα τέτοιο πρόβλημα έχει σχεδιαστεί για να δοθεί στους μαθητές ως μια άσκηση επαναληπτική για το κεφάλαιο των γραμμικών εξισώσεων, ήθελα ταυτόχρονα να προσθέσω και ένα επιπλέον ερώτημα (ως μεταβατικό, από την ευθεία στις καμπύλες) ούτως ώστε να συνδυαστούν τα δύο αυτά κεφάλαια μεταξύ τους.

○ *Λίγα λόγια για το φαινόμενο της αποδάσωσης:*

Η αποδάσωση, λοιπόν, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως αποτελεί ένα παγκόσμιο ζήτημα. Από τα πρώτα χρόνια της ανθρωπότητας μέχρι και σήμερα, αυτό το φαινόμενο προϋπάρχε της σύγχρονης εποχής και θα συνεχίσει να αποτελεί θέμα προβληματισμού και ανησυχίας για τις επόμενες γενεές. Όμως τι είναι η αποδάσωση; Αποδάσωση θεωρείται η αφαίρεση ενός δάσους ή δέντρων όπου τα εδάφη χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για μη-δασικές χρήσεις. Παραδείγματα αποδάσωσης περιλαμβάνουν τη μετατροπή δασικής γης σε αγροκτήματα, στάβλους ή για αστική χρήση. Η πιο πυκνή αποψίλωση των δασών παρατηρείται στα τροπικά δάση, όπως στον Αμαζόνιο. Τα κύρια αίτια της αποδάσωσης είναι: η υπερβολική κοπή των δέντρων για καύσιμη ύλη, χαρτί και άλλα και η ανάγκη για δημιουργία βοσκοτόπων ή κατοικίσιμων περιοχών. Η αποψίλωση των δέντρων χωρίς επαρκή αναδάσωση έχει δημιουργήσει βλάβες (σε πολλές περιπτώσεις ανεπανόρθωτες) στους βιότοπους, απώλεια της πανίδας και ξηρασία. Συνήθως οι αποδασωμένες περιοχές καταλήγουν σε μικρές “ερήμους”, χωρίς χλωρίδα και πανίδα. Η ελλιπής προστασία των δασών από τις κυβερνήσεις, η ακατάπαυστη και αδυσώπητη κατανάλωση ξύλου στον κόσμο αλλά και η έλλειψη αναδάσωσης αποτελούν τους κύριους παράγοντες που έχουν οξύνει το φαινόμενο της αποδάσωσης τις τελευταίες δεκαετίες. Οι ίδιοι όμως παράγοντες αυτοί θα μπορούσαν να είναι και οι λύσεις στο πρόβλημα που αντιμετωπίζει η φύση. Για να θέσουμε το πρόβλημα αυτό σε κλίμακα, κάθε λεπτό, στο δάσος του Αμαζονίου, κόβεται μια περιοχή που ισοδυναμεί με το μέγεθος ενός γηπέδου ποδοσφαίρου, ενώ συνολικά 55 εκατομμύρια εκτάρια δάσους κόβονται για κτηνοτροφία το χρόνο.

Το μαθηματικό αυτό πρόβλημα που δημιουργήθηκε θα ανταποκρινόταν σε μαθητές Β΄ Γυμνασίου στο πλαίσιο της διδασκαλίας του κεφαλαίου 3.4 της άλγεβρας “Η συνάρτηση $y=ax+b$ ”. Το πρόβλημα αυτό αποσκοπεί στην βαθύτερη κατανόηση των γραμμικών εξισώσεων από το μαθητή. Συγκεκριμένα, ο μαθητής καλείται:

- ✓ Να μπορεί να σχεδιάζει μια γραφική παράσταση ευθείας.
- ✓ Να αντιλαμβάνεται τον τύπο της εξίσωσης της ευθείας και να γνωρίζει να τον χειρίζεται.
- ✓ Επιπλέον, να είναι σε θέση να βρει τις άγνωστες παραμέτρους της εξίσωσης της ευθείας, την κλίση της και άρα την τελική της μορφή.
- ✓ Να χρησιμοποιήσει την κριτική του ικανότητα για τον έλεγχο των απαντήσεων του.
- ✓ Τέλος, να συνδυάζει την κριτική ικανότητα και τη μαθηματική λογική.

Debate μαθητών:

Πιθανή θέση μιας ομάδας μαθητών.

Η κατάργηση των σχολικών εγχειριδίων και τετραδίων θα συνέβαλε σημαντικά στη μείωση της καταστροφής του περιβάλλοντος και πιο συγκεκριμένα της αποψίλωσης των δασών.

Βιβλιογραφία:

<https://el.m.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CF%80%CE%BF%CE%B4%CE%AC%CF%83%CF%89%CF%83%CE%B7>

<https://ourworldindata.org/deforestation>